




## CINDERELLA - Le geometrie

La principale funzionalità di *Cinderella* è il supporto di “diversi tipi di **geometria**”. In questa versione di *Cinderella* sono disponibili tre tipi di geometria: **geometria euclidea**, **geometria iperbolica** e **geometria ellittica**. Si può passare tra queste tre geometrie premendo i bottoni

-  per la **geometria euclidea**;
-  per la **geometria iperbolica**;
-  per la **geometria ellittica**.

La scelta di una nuova geometria non modifica il comportamento degli oggetti già costruiti. Invece, tutti i nuovi elementi che vengono costruiti sono interpretati rispetto alla nuova geometria.

La lista seguente raccoglie tutte le costruzioni che dipendono dalla scelta della geometria.

- **Distanza**: la nozione di distanza dipende dalla geometria. Nella geometria iperbolica può addirittura succedere che le distanze di punti reali siano numeri complessi.
- **Angolo**: la nozione di angolo dipende dalla geometria. Come nel caso della distanza, anche gli angoli possono diventare numeri complessi.
- **Cerchio**: la nozione esatta di circolarità dipende dalla definizione di distanza che cambia in ogni geometria. Tale definizione condiziona tutti i modi di costruzione dei cerchi.
- **Specchio**: la nozione di riflessione dipende dalle distanze e dagli angoli e quindi dipende dalla geometria. Tutti i tipi di specchio sono condizionati in questo modo.
- **Bisettrice**: in tutte e tre le geometrie ci sono due bisettrici per due rette. Tuttavia, la loro posizione dipende dalla scelta della geometria. Nella geometria iperbolica le bisettrici di rette reali possono essere complesse.
- **Punto medio**: il punto medio di due punti dipende dalla definizione di distanza. Nella geometria euclidea c'è un solo punto medio. Nelle geometrie iperbolica<sup>1</sup> ed ellittica ci sono due punti medi (punti di uguale distanza dai punti dati).
- **Retta dato l'angolo**: questa costruzione dipende dalla scelta della geometria dato che sono coinvolti gli angoli.
- **Perpendicolare**: la nozione di perpendicolare dipende dalla nozione di “angolo” ed è condizionata dalla scelta della geometria.
- **Parallela**: In *Cinderella* le parallele di una retta  $L$  sono definite come le rette che formano un angolo nullo con la retta  $L$ . Nella geometria euclidea c'è un'unica parallela ad  $L$  passante per un punto, mentre nelle geometrie ellittica ed iperbolica ce ne sono in generale due. Di solito nella geometria ellittica queste rette hanno coordinate complesse e per questo sono visibili solo nella vista **Testo della costruzione**.

Nella versione attuale di *Cinderella* alcune operazioni non sono consentite in tutte le geometrie. Le operazioni, i cui risultati sono sempre calcolati nella geometria euclidea, sono **Cerchio per tre punti**, **Area** e **Centro**.

## CINDERELLA - Le viste

Mentre le **geometrie** definiscono il comportamento degli elementi, le **viste** determinano la loro presentazione.

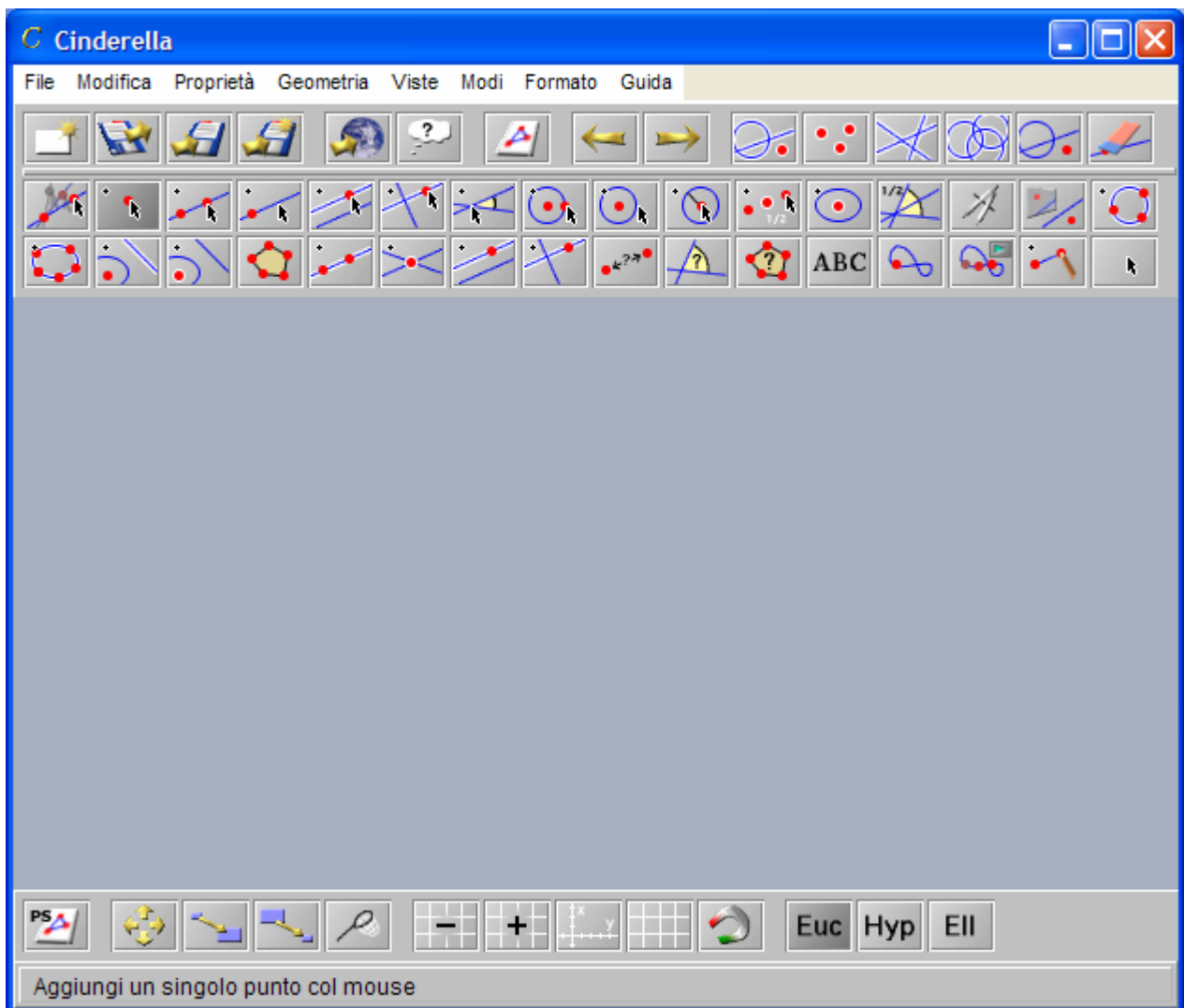
La voce **Viste** della barra del menù offre opzioni per aprire finestre contenenti viste diverse delle costruzioni geometriche. Ciascuna vista è un tipo di “proiezione” della configurazione astratta sullo schermo del computer. Di solito si possono fare costruzioni o modifiche in qualsiasi vista. Le modifiche vengono immediatamente riportate anche nelle altre viste. In particolare, si possono avere più viste dello stesso tipo (ad esempio, due viste euclidee in scale diverse).

La nostra scelta sarà per ora **Vista euclidea** in **Geometria euclidea**.

---

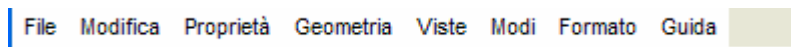
<sup>1</sup> Se si è nella geometria iperbolica sarà visibile solo uno di questi punti perchè l'altro sta fuori dell'orizzonte.

# SCHERMO DI CINDERELLA



Partendo dall'alto verso il basso potete notare:

## 1. la barra del menù


















La barra standard del menù ha sei voci:

- **File:** operazioni standard sui file;
- **Modifica:** annulla, ripete, strumenti di selezione;
- **Proprietà:** modifica gli attributi (spessore, colore, ...) degli oggetti geometrici;
- **Geometria:** seleziona il tipo di geometria (euclidea, iperbolica, ellittica);
- **Viste:** apre altre viste della costruzione;
- **Modi:** accede alle operazioni geometriche;
- **Formato:** seleziona il formato nel quale vengono mostrate le coordinate degli elementi;
- **Guida:** attiva la guida in linea.

## 2. una barra di strumenti per le azioni più comuni

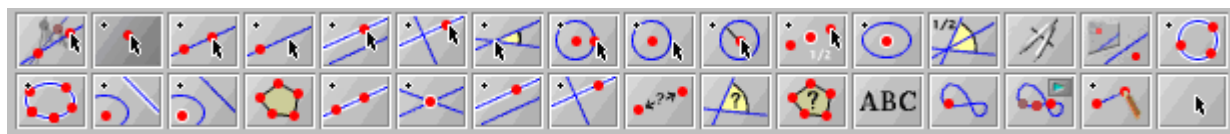


La barra degli strumenti generale raccoglie azioni per molti scopi. Vi si trovano strumenti per le operazioni fondamentali sugli archivi, utilità per l'esportazione, l'annullamento e la ripetizione delle operazioni, e vari strumenti di selezione.

|                                  |   |   |   |   |   |
|----------------------------------|---|---|---|---|---|
| <b>Operazioni sugli archivi</b>  |  |  |  |  |   |
|                                  | Nuovo   | Carica  | Salva   | Salva come  |   |
| <b>Strumenti di esportazione</b> |  |  |  |   |   |
|                                  | Stampa  | Esporta in HTML   | Apri l'editor di esercizi   |   |   |
| <b>Annulla/Cancela</b>           |  |  |  |   |   |
|                                  | Annulla   | Rifare  | Cancella  |   |   |
| <b>Strumenti di selezione</b>    |  |  |  |  |  |
|                                  | Seleziona tutto   | Seleziona punti   | Seleziona rette   | Seleziona coniche   | Deseleziona tutto   |

Portando il cursore del mouse sopra un'icona compare un messaggio che dice cosa fa l'operazione.

### 3. una barra di strumenti con le modalità di tipo geometrico



Questa barra di strumenti contiene tutte le principali operazioni geometriche. Gli strumenti geometrici (**modi**) vi consentono di eseguire operazioni sul foglio di disegno. Così, quando selezionate un modo di solito non compare niente immediatamente: il programma aspetta che forniate altre informazioni con il mouse. La barra dei messaggi vi dice esattamente cosa *Cinderella* si aspetta.

*Cinderella* è sempre impostato in un particolare modo. *Il modo attivo può essere facilmente identificato perché la sua icona ha una tonalità leggermente più scura.*

Gli strumenti geometrici possono essere sostanzialmente raccolti in sei categorie:

- **il modo sposta:** vi permette di spostare gli elementi base di una costruzione. Mentre spostate uno di questi elementi l'intera costruzione cambia conservando le relazioni definite;
- **il modo selezione:** consente di selezionare elementi della figura con il mouse. Gli elementi selezionati possono essere usati sia come input per i **modi di definizione** sia per modificare le loro proprietà di visualizzazione usando il comando **Modifica aspetto** del menù **Proprietà**;
- **modi interattivi:** questi modi sono strumenti di costruzione molto potenti che utilizzano appieno l'interattività del mouse. Spesso una sequenza clicca-trascina-rilascia costruisce più di un elemento. Inoltre, le definizioni di nuovi elementi sono assunte con riferimento alla posizione specifica del mouse;
- **modi per definire:** si selezionano gli elementi con il clic del mouse. Di norma una riga di messaggio indica il tipo di elementi che *Cinderella* si aspetta come input: non appena si sono scelti gli elementi sufficienti per la costruzione indicata, i nuovi elementi vengono aggiunti alla figura;
- **misure:** questi modi consentono di eseguire le misure geometriche elementari. Devono essere selezionati solo gli elementi interessati alla misura;

- **modi speciali:** questi modi consentono effetti speciali come i luoghi, le animazioni, il testo o i segmenti.

#### 4. **l'area grafica (vista):**

E' questo l'ambito nel quale prendono corpo tutte le azioni. Qui potete eseguire le costruzioni e condurre le vostre esplorazioni geometriche

#### 5. **una barra di strumenti per le azioni dedicate all'area grafica:**



Questa barra di strumenti contiene operazioni come gli ingrandimenti (Zoom), lo spostamento, la scalatura, l'esportazione della figura in formato PostScript, etc.;

6. **la riga di messaggio:** in questa riga *Cinderella* vi dice che cosa sta facendo oppure che cosa si aspetta come input da voi.

## IL MODO SPOSTA

[sposta elemento](#) 

*Cinderella* distingue tra due tipi di elementi: **elementi mobili** ed **elementi fissi**.

Gli elementi mobili sono quelli che si possono spostare con questo modo.

Gli elementi fissi sono quelli la cui posizione è determinata dal resto della costruzione. Se, per esempio, un punto è definito come intersezione di due rette date, allora non è più mobile e diventa un elemento fisso.

*Si possono distinguere visivamente i punti mobili dai punti fissi dal loro aspetto: i punti mobili hanno un colore più brillante.*

Si usa questo modo per spostare **gli elementi liberi** della costruzione. Per fare questo si porta il mouse sopra un elemento mobile, si aggancia l'elemento premendo il tasto sinistro del mouse e lo si trascina (tenendo premuto il tasto del mouse) nella posizione desiderata. Dopo aver rilasciato il tasto, si può spostare un altro elemento.

Si possono spostare anche **i testi e le misure**. Si aggancia il testo (o la misura) e lo si sposta nella posizione desiderata. Testi e misure si possono posizionare ovunque nella vista. I bordi della vista hanno dei punti di attrazione che consentono di creare dei formati di presentazione accurati. I testi e le misure possono anche essere agganciati ai punti della costruzione.

Si può usare il modo sposta per **cambiare la posizione delle etichette**. A questo scopo si preme il tasto **control** della tastiera, si aggancia l'etichetta con il mouse e la si sposta nella nuova posizione. Tuttavia, le etichette non si possono spostare ovunque: esse devono stare abbastanza vicine agli elementi corrispondenti. Gli spostamenti che trascinano troppo lontano l'etichetta vengono bloccati automaticamente.

## IL MODO SELEZIONE

[seleziona elementi](#) 

Questo modo permette di selezionare gli elementi con il mouse. Gli elementi selezionati possono essere individuati facilmente perché sono evidenziati in tutte le viste.

Ci sono tre ragioni per selezionare degli elementi:

- l'uso più comune del modo-selezione è di individuare l'aspetto degli elementi geometrici. Tutti i cambiamenti che vengono impostati con l'**Editor dell'aspetto**<sup>2</sup> vengono immediatamente applicati agli elementi selezionati;
- gli elementi selezionati si possono eliminare usando l'azione **Cancella**;
- si possono selezionare elementi per definire **Dati**, **Soluzione** e **Suggerimenti** di un esercizio.

Si possono selezionare elementi in una vista sia cliccandoci sopra sia trascinando il mouse con il tasto sinistro premuto. Sono possibili quattro modalità in base a ciò che si intende fare:

- quando si clicca con il mouse da qualche parte su una vista, solo gli elementi toccati dal cursore del mouse vengono selezionati. Tutti gli altri elementi vengono deselezionati;
- si usa il clic con il tasto **shift** per selezionare contemporaneamente più oggetti;
- trascinando il mouse con il tasto sinistro premuto, vengono selezionati gli elementi che si toccano nel movimento;
- trascinando il mouse con il tasto **shift** della tastiera e il tasto sinistro del mouse premuti, vengono deselezionati gli elementi che si toccano nel movimento.

## MODI INTERATTIVI

I modi interattivi si possono riconoscere facilmente nella barra degli strumenti perché la loro icona contiene una piccola freccia del mouse.

### I PUNTI

aggiunge un punto



Si genera un nuovo punto semplicemente premendo il tasto sinistro del mouse: mentre si sposta il mouse vengono mostrate le *coordinate* corrispondenti alla posizione del punto. Si può cambiare la posizione e la definizione di un punto appena aggiunto trascinando il mouse con il tasto sinistro premuto. Il punto viene fissato quando si rilascia il tasto del mouse.

Si può descrivere la costruzione di un punto come una procedura formata da tre passi (*premi-trascina-rilascia*):

- **premere il tasto sinistro del mouse** per generare il punto;
- **trascinare il mouse** per spostare il nuovo punto vicino alla posizione del mouse. Ci si accorge che il punto si aggancia agli elementi esistenti quando vi ci si avvicina. Ogni volta che ciò succede, la definizione del punto si adatta alla situazione corrente e gli elementi coinvolti nella definizione vengono evidenziati. In particolare, il punto si aggancia all'intersezione di elementi già esistenti e si aggancia ai punti esistenti;
- **rilasciare il tasto del mouse**  
fissa la definizione dei punti. Se in questo momento il mouse è:
  - sopra nessun elemento: viene allora aggiunto un punto libero senza nessun vincolo aggiuntivo. Nel modo **Sposta** questo punto si può muovere liberamente;
  - sopra una retta già esistente: il nuovo punto apparterrà allora alla retta. Nel modo **Sposta** il punto si muove solo sulla retta;
  - sopra una circonferenza già esistente: allora il nuovo punto apparterrà alla circonferenza. Nel modo **Sposta** il punto si muove solo sulla circonferenza;

<sup>2</sup> L'**Editor dell'aspetto** è una finestra in cui puoi controllare l'aspetto grafico degli elementi della costruzione. Le modifiche si riferiscono sempre agli elementi selezionati. Tutti i cambiamenti apportati all'aspetto sono istantaneamente passati alle viste.

Le impostazioni nel pannello dell'aspetto servono anche ad un secondo scopo. Esse sono prese come impostazioni predefinite per tutti i nuovi elementi aggiunti. Questo significa che i nuovi elementi aggiunti prendono l'aspetto che corrisponde alle impostazioni dell'**Editor dell'aspetto**.

- sopra l'intersezione di due elementi (rette, circonferenze, coniche): in tal caso viene aggiunta questa intersezione degli elementi. Inoltre questo punto apparirà più scuro dei punti liberi. Il punto non potrà essere spostato nel modo **Sposta**;
- sopra un punto già esistente: in tal caso non verrà aggiunto nessun elemento.

Ci sono due situazioni nelle quali questa modalità per disegnare un punto non è appropriata:

- se si vuole definire il punto di intersezione di due rette che si incontrano fuori dell'area visibile della vista, è necessario usare il modo **Intersezione**;
- se si vuole disegnare un punto dove si incontrano più di due elementi, allora si deve:
  - modificare leggermente la situazione usando il modo **Sposta**, se possibile;
  - fare uno **Zoom avanti** in modo da ottenere una risoluzione maggiore;
  - oppure, nell'intersezione tra rette, usare il modo **Intersezione** in modo da definire esattamente quella che interessa.

### costruisce due punti e il loro punto medio<sup>3</sup>

Questo modo permette di costruire il punto medio di due punti:

- **premi il tasto sinistro del mouse** per disegnare il primo punto;
- **trascina il mouse** per disegnare il secondo punto insieme al punto medio. Anche il secondo punto si aggancia agli elementi esistenti, o alle intersezioni, se vengono selezionati dalla posizione corrente del mouse;
- **rilascia il tasto del mouse** per fissare la definizione.

## LE RETTE

### disegna retta congiungente

Questo modo consente di disegnare una retta passante per due punti. Il modo è in grado di disegnare la retta insieme ai due punti con un'unica azione del mouse. Quando si preme il tasto del mouse viene disegnato il primo punto. Trascinando il mouse si genera il secondo punto e la retta. Quando si rilascia il mouse viene fissata la posizione del secondo punto e così si completa la costruzione.

Costruzione:

- **premi il tasto sinistro del mouse** per generare il primo punto. La definizione del primo punto dipende dalla posizione del mouse nel momento in cui si preme il tasto:
  - se il mouse è sopra un punto esistente, viene preso questo punto;
  - se il mouse è sopra l'intersezione di due elementi (retta, circonferenza o conica) viene automaticamente costruita l'intersezione dei due elementi e viene presa come primo punto;
  - se il mouse è proprio sopra ad un elemento (retta o circonferenza), allora il punto viene vincolato a questo elemento e viene preso come primo punto;
  - altrimenti viene disegnato un punto libero;
- **trascina il mouse** per disegnare la retta e il secondo punto. La definizione del secondo punto è stabilita dalla posizione del mouse: il secondo punto si aggancia agli elementi esistenti. La scelta delle definizioni è del tutto analoga a quella del primo punto. Anche gli elementi che definiscono il secondo punto vengono evidenziati;
- **rilascia il tasto del mouse** per fissare la definizione del secondo punto.

<sup>3</sup> Questo modo elementare diventa interessante nelle **geometrie non euclidee**. Mentre nella geometria euclidea c'è infatti sempre un unico, finito, punto medio, nelle geometrie iperbolica o ellittica ce ne sono sempre due. Questo modo li genera entrambi. Quando si lavora nel disco del modello di Poincaré della geometria iperbolica, il secondo punto medio di due punti sta sempre fuori del disco. La presenza di questo punto non è particolarmente importante, ma occorre essere consapevoli di questo fatto per capire particolari comportamenti del programma.

## disegna la retta per il punto



Questo modo si può anche chiamare **Retta data la pendenza**, infatti disegna una retta passante per un punto con una certa pendenza. Quando si muove il punto, la pendenza resta costante.

E' possibile nel modo **Sposta** agganciare la retta e cambiare la sua pendenza.

Costruzione:

- **premi il tasto sinistro del mouse** per disegnare il punto. La definizione di questo punto dipende dalla posizione del mouse nel momento in cui si preme il tasto:
  - se il mouse è sopra un punto esistente, viene preso questo punto;
  - se il mouse è sopra l'intersezione di due elementi (retta, circonferenza o conica) viene automaticamente costruita l'intersezione dei due elementi e viene presa come primo punto;
  - se il mouse è proprio sopra ad un elemento (retta o circonferenza), allora il punto viene vincolato a questo elemento e viene preso come primo punto;
  - altrimenti viene disegnato un punto libero;
- **trascina il mouse** per disegnare la retta. La pendenza può essere modificata liberamente. Inoltre la retta si aggancia ai punti esistenti, se vengono selezionati dalla posizione corrente del mouse;
- **rilascia il tasto del mouse** per fissare la definizione della retta. In base alla posizione finale del mouse possono succedere due cose:
  - se il mouse è sopra un punto esistente, il punto viene preso come secondo punto sulla retta. La retta è allora la congiungente del primo e del secondo punto;
  - altrimenti viene disegnata una retta con pendenza.

## disegna la parallela<sup>4</sup>



La costruzione della parallela è una procedura di tre passi:

- **porta il mouse sopra la retta** rispetto alla quale si vuole la parallela. Premi il tasto sinistro del mouse. In questo modo si disegna la retta parallela e il punto attraverso il quale passa la retta;
- **tieni premuto il tasto e trascina il mouse**. In questo modo si sposta la retta parallela e il nuovo punto fino alla posizione voluta;
- **rilascia il mouse**. Ora la costruzione è fissata. La definizione del punto si adatta alla posizione nella quale si rilascia il mouse;
  - se il mouse è sopra un punto esistente, viene preso questo punto;
  - se il mouse è sopra l'intersezione di due elementi (retta, circonferenza o conica) viene automaticamente costruita l'intersezione dei due elementi e viene presa come nuovo punto;
  - se il mouse è proprio sopra ad un elemento (retta o circonferenza), allora il punto viene vincolato a questo elemento e viene preso come nuovo punto;
  - altrimenti viene disegnato un punto libero.

---

<sup>4</sup> Il comportamento di questo modo è dipendente dalla scelta della geometria. Mentre nella geometria **euclidea** c'è sempre esattamente una parallela, nelle geometrie non euclidee ciò dipende dalla definizione di parallelismo. In base alla filosofia sottostante, nella geometria **iperbolica** ci possono essere infinite parallele, dal punto di vista dell'incidenza, oppure ci sono esattamente due parallele da un punto di vista algebrico o basato sulla misura. *Cinderella* si basa sul punto di vista algebrico: una retta parallela alla retta  $L$  è la retta che forma un angolo nullo con  $L$ . Perciò in geometria iperbolica questo modo produce esattamente due rette parallele. Nella geometria **ellittica** il punto di vista usuale è che non ci sono affatto parallele. Tuttavia, da un punto di vista algebrico tali parallele esistono ed hanno appunto coordinate complesse; in altre parole non sono visibili. *Cinderella* costruisce queste parallele che non sono visibili ma ciò nondimeno presenti nella *vista Testo della costruzione*. Tali rette possono essere usate da questa vista per altre costruzioni.

## disegna la perpendicolare



Questo modo consente di disegnare la retta perpendicolare ad una retta data e passante per un punto attraverso una sequenza premi-trascina-rilascia. L'uso di questo modo è del tutto analogo al modo **Disegna una parallela**.

## disegna una retta con angolo dato



Questo modo permette di disegnare una retta che forma con un'altra retta un angolo di cui è dato il valore. La nuova retta e il punto attraverso cui essa passa possono essere disegnati con una sequenza premi-trascina-rilascia. Anche il punto per il quale passa la nuova retta può essere disegnato con questo modo. Quando si sceglie questo modo, si apre una piccola finestra nella quale viene chiesto di indicare l'angolo desiderato. Dopo ciò l'uso del modo è analogo al modo **Disegna una parallela**.

## I CERCHI

### disegna due punti e un cerchio



Questo modo permette di disegnare un cerchio dato il suo centro e un punto sulla circonferenza.

Costruzione:

- **premi il tasto sinistro del mouse per generare il primo punto:** la definizione del primo punto dipende dalla posizione del mouse nel momento in cui si preme il tasto
- **trascina il mouse** per disegnare il cerchio e il punto sulla circonferenza. La definizione del punto sulla circonferenza è stabilita dalla posizione del mouse e il punto sulla circonferenza si aggancia agli elementi esistenti;
- **rilascia il tasto del mouse** per fissare la definizione del punto sulla circonferenza.

### disegna un cerchio centrato in un punto



Questo modo disegna un cerchio, dati il suo centro e il raggio. Quando si sposta il centro di un tale cerchio, il raggio resta costante.

Costruzione:

- **premi il tasto sinistro del mouse per generare il centro;**
- **trascina il mouse** per disegnare il cerchio. Il raggio può essere sistemato liberamente. Anche il cerchio si aggancia agli elementi esistenti se vengono selezionati dalla posizione corrente del mouse;
- **rilascia il tasto del mouse** per fissare la definizione del cerchio.

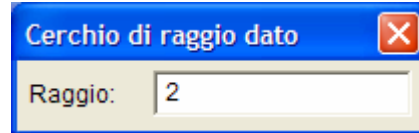
In base alla posizione finale del mouse possono capitare due cose:

- viene disegnato un cerchio dato il raggio;
- oppure, se il puntatore del mouse è sopra un punto già esistente, il punto viene usato come punto sulla circonferenza. Il cerchio viene delimitato da questo punto.



## disegna un cerchio con raggio dato

Con questo modo si può disegnare un cerchio per il quale è fissato numericamente il raggio, assegnandone il valore nella finestra: il nuovo cerchio e il suo centro vengono disegnati con una singola sequenza premi-trascina-rilascia.



## MODI PER DEFINIRE

I modi per definire usano un semplice meccanismo di definizione per selezione per costruire nuovi oggetti. Si sceglie un certo **Modo per definire** cliccando sulla sua icona posta nella barra degli strumenti, successivamente viene chiesto di selezionare un certo numero di elementi nella vista; dopo che sono stati selezionati gli elementi richiesti, viene aggiunto alla costruzione l'elemento appena definito.

Proprietà comuni a tutti i **Modi per definire**:

- gli elementi sono selezionati con un clic del mouse;
- gli elementi selezionati vengono evidenziati nella vista;
- gli elementi preselezionati sono tenuti in considerazione quando si seleziona un modo per definire; per esempio, se due rette sono selezionate e si preme il bottone che attiva il modo **Intersezione**, il punto di intersezione viene immediatamente aggiunto alla costruzione;
- se si fa un errore nel selezionare un elemento, lo si può deselegionare con un secondo clic;
- si possono anche selezionare più elementi muovendo il mouse tenendo premuto il suo tasto sinistro. Tutti gli elementi che vengono toccati dal puntatore del mouse saranno selezionati (o deselegionati);
- gli elementi selezionati che non sono richiesti dal modo vengono ignorati;
- la selezione di un modo comunica con l'utente attraverso la *linea dei messaggi*, in cui si leggono i messaggi che indicano le informazioni da inserire.

## definisce il centro di una conica<sup>5</sup>

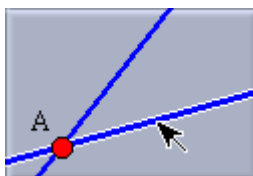
Questo modo costruisce il centro di una conica: per una conica generica il centro è l'intersezione dei suoi assi di simmetria.

## definisce la bisettrice

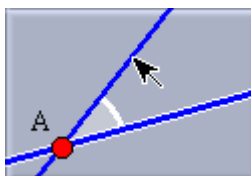
Si usa questo modo per costruire la bisettrice di due rette. L'applicazione di questo modo richiede un po' di attenzione, poiché due rette hanno due bisettrici: per tener conto di questo fatto, questo modo è provvisto di un meccanismo di selezione sensibile alla posizione.

---

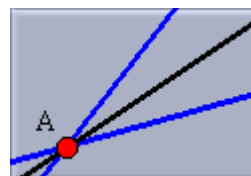
<sup>5</sup> Questo modo non funziona in modo corretto nelle geometrie **non euclidee** in quanto viene sempre costruito il centro euclideo.



**Prima selezione:**  
è evidenziata una retta.  
Viene memorizzata  
la posizione di selezione



**Spostando il mouse**  
viene data un'indicazione  
dell'angolo scelto



**Seconda selezione:**  
viene disegnata la bisettrice

usa un compasso



Il compasso è uno strumento molto utile per trasportare la distanza tra due punti (i tre punti di cui parleremo devono essere già disegnati):

- si seleziona un primo punto cliccandovi sopra (cioè si posiziona la punta del compasso nel primo punto),
- si seleziona quindi il secondo punto cliccando (cioè si regola il compasso alla distanza tra il primo e il secondo punto). Si può ora trasportare la distanza in un altro posto.
- si clicca in un terzo punto: viene disegnato un cerchio<sup>6</sup>, con la distanza fissata, centrato in questo punto.

usa uno specchio



Lo specchio è uno strumento polifunzionale per eseguire *riflessioni rispetto a punti, rette, cerchi*. Il primo clic del mouse seleziona lo specchio. I clic successivi selezionano gli elementi che verranno riflessi. Gli elementi riflessi sono sia punti che rette o coniche<sup>7</sup>.

Si può deselezionare lo specchio cliccando su di esso una seconda volta.

In base alla scelta dello specchio vengono eseguite azioni diverse:

- se lo specchio è una **retta**  $r$  allora viene applicata la simmetria assiale di asse  $r$ ;
- se lo specchio è un **punto**  $O$  allora viene applicata la simmetria centrale di centro  $O$ ;
- se lo specchio è una **circonferenza** euclidea allora viene presa l'inversione rispetto a questa circonferenza: l'inverso di un punto rispetto ad una circonferenza è il punto che sta sulla retta che unisce il punto originale con il centro della circonferenza. La distanza del punto inverso dal centro della circonferenza è tale che il prodotto di questa distanza e la distanza del centro dal punto originale è il quadrato del raggio della circonferenza.

definisce un cerchio<sup>8</sup>



Questo modo serve per costruire una circonferenza **passante per tre punti**. Nella geometria euclidea una tale circonferenza è sempre definita in maniera univoca come la circonferenza circoscritta al triangolo definito dai tre punti. Si scelgono i punti uno dopo l'altro.

definisce una conica



Questo modo costruisce l'unica conica che passa per cinque punti. È questo il modo di base per costruire una conica generica. Se quattro dei cinque punti sono allineati, la conica non è più unica e quindi viene calcolato un elemento nullo.

<sup>6</sup> La definizione di un cerchio cambia in base al tipo di geometria

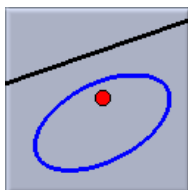
<sup>7</sup> La definizione dell'immagine speculare dipende strettamente dalla scelta della geometria sottostante.

<sup>8</sup> Questo modo è disponibile solo in geometria euclidea in quanto nelle altre geometrie (iperbolica, ellittica) non c'è un'unica circonferenza che passi per tre punti dati.

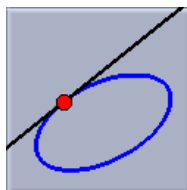
## definisce la polare di un punto

Questo modo costruisce la polare di un punto rispetto ad una conica, che è una retta. Il punto e la conica possono essere selezionati in un ordine qualsiasi.

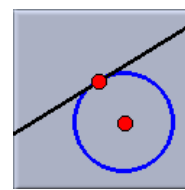
Questo modo serve per costruire **la retta tangente ad una conica in un suo punto**.



Polare generica



Tangente ad una conica



Tangente ad una circonferenza

## definisce il polo di una retta

Questo modo costruisce la polare di una retta rispetto ad una conica. La retta e la conica possono essere selezionate in un ordine qualsiasi. Questo modo si può usare per costruire il **punto di tangenza** tra retta e conica. Per costruire il punto polare della retta occorre selezionare la retta e la conica.

## definisce un poligono<sup>9</sup>

Si devono selezionare i vertici nell'ordine con il quale compaiono nel perimetro del poligono: la costruzione del poligono viene conclusa quando si seleziona una seconda volta il primo punto per chiudere il poligono.

**Attenzione:** l'orientamento dei poligoni è importante quando si misura la loro area.

## definisce una retta congiungente punti

Con questo modo si può costruire la retta congiungente due punti: si selezionano due punti per disegnare la retta che li congiunge.

Questo modo può sembrare a prima vista non necessario in quanto di solito si disegna una retta passante per due punti con il modo interattivo **Disegna una retta**. Tuttavia, in certe circostanze può essere inevitabile dover usare questo modo.

Per esempio, se un punto non è raggiungibile (oppure è complesso) nella vista usuale, viene comunque messo nell'elenco della vista **Testo della costruzione** dove può essere selezionato e usato con questo modo.

## definisce l'intersezione di linee

Con questo modo si può costruire l'intersezione di due rette selezionate. Anche questo modo può sembrare a prima vista non necessario in quanto generalmente i punti vengono disegnati usando il modo **Disegna un punto**. Tuttavia, può essere inevitabile dover usare il modo **Intersezione di rette**.

Per esempio quando l'intersezione di due rette non è raggiungibile nella vista usuale, le rette sono comunque elencate nella **Testo della costruzione** dove si possono selezionare e usare nel modo **Intersezione**.

Un altro caso è quello dell'ambiguità di tre rette passanti per un punto. Il modo **Intersezione** è allora una maniera sicura per disegnare un particolare punto di intersezione.

<sup>9</sup> Questo modo è disponibile solo nelle viste euclidea, sferica e di testo. La vista iperbolica ignora gli oggetti poligonali.

## definisce una parallela<sup>10</sup>

Con questo modo si disegna la parallela ad una retta data passante per un punto. Si selezionano il punto e la retta in ordine arbitrario. In molti casi si può usare il più comodo modo interattivo **Disegna una parallela**.

## definisce una perpendicolare<sup>11</sup>

Con questo modo si disegna la perpendicolare ad una retta data passante per un punto. Si selezionano il punto e la retta in ordine arbitrario.

## MISURE<sup>12</sup>

*Cinderella* ha dei modi per misurare distanze angoli e aree. I rispettivi comportamenti nella geometria euclidea sono:

- selezionare due punti e produrre la distanza l'uno dall'altro;
- selezionare due rette e produrre l'angolo compreso;
- selezionare una circonferenza, una conica o un cerchio e produrre l'area.

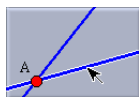
## misura distanze

Si devono selezionare i due punti di cui si vuole misurare la reciproca distanza. Questo lo si fa con una singola sequenza premi-trascina-rilascia del mouse:

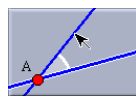
- porta il puntatore del mouse sopra il primo punto e premi il tasto;
- trascina il mouse, con il tasto premuto, nel secondo punto (mentre si trascina, viene mostrato un righello con la distanza dal primo punto della posizione attuale del puntatore del mouse);
- il righello si aggancia ai punti selezionati; quando viene selezionato il secondo punto si può rilasciare il tasto del mouse.

## misura angoli

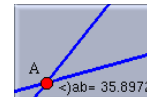
Tra due rette ci sono infatti due angoli, un angolo ed il suo supplementare. Per tener conto di questo fatto, il modo **Angolo** è provvisto di un meccanismo di selezione sensibile alla posizione. Per misurare un angolo occorre selezionare due rette.



Prima selezione: la retta viene evidenziata e viene memorizzato il punto di selezione



Spostando il mouse viene mostrato un supporto grafico che indica l'angolo che verrà misurato



Seconda selezione: viene scritta la misura dell'angolo

<sup>10</sup> Il comportamento di questo modo è strettamente dipendente dalla geometria corrente. Mentre nella geometria **euclidea** c'è sempre esattamente una parallela, nelle geometrie **non-euclidee** il numero delle parallele dipende dalla definizione di parallelismo. *Cinderella* assume il punto di vista algebrico: una parallela alla retta  $r$  è una retta che forma un angolo nullo con  $r$ . Perciò il modo precedente produce esattamente due parallele nella geometria **iperbolica**. Nella geometria **ellittica**, sotto la definizione usuale, non c'è nessuna parallela. Tuttavia, da un punto di vista algebrico, tali parallele esistono; esse hanno coordinate complesse. *Cinderella* costruisce comunque queste parallele: esse sono invisibili, ma ancora presenti nella **Vista del testo**, dove possono essere usate per altre costruzioni.

<sup>11</sup> La definizione di perpendicolarità dipende dalla geometria scelta.

<sup>12</sup> Prenderemo in considerazione solo la geometria euclidea. Le misure vengono mostrate come testo. Si possono usare come **Oggetti di testo** ed essere così trascinate e riposizionate.



Con questo modo si possono misurare le aree dei poligoni e delle coniche. Per misurare l'area di un **poligono** basta semplicemente cliccare all'interno del poligono. Il contributo di un punto all'area del poligono è calcolato rispetto al suo numero di avvolgimenti del perimetro. In particolare l'area può diventare negativa se il perimetro è orientato in senso orario. Se il poligono si autosovrapponesse l'area può essere zero. Per misurare l'area di una **conica** è sufficiente selezionarla. In particolare, si può usare questo modo per misurare l'area di un cerchio. Le aree delle iperboli sono numeri complessi.

## MODI SPECIALI



E' possibile:

- **scrivere del testo di spiegazione:** si clicca in una posizione in una vista, compare allora una finestra di dialogo che chiede di inserire il testo desiderato;
- **editare un testo:** quando si clicca su un testo già esistente, si apre una finestra di composizione che mostra il vecchio testo, che può essere modificato;
- **cambiare un nome:** anche quando si clicca su un elemento geometrico compare una finestra di composizione che mostra il nome dell'elemento. Si può ora inserire un nuovo nome per l'elemento, ma se si tenta di introdurre un nome già esistente, viene mostrato un messaggio di errore e il nome resta invariato.

**Ancorare un testo** - Di solito un testo è riferito ad una certa posizione relativa al sistema di coordinate del disegno: quando si fa uno zoom o si trasla la vista il testo segue lo zoom.

Questo è qualche volta voluto, ma in altri casi si può desiderare un effetto diverso: si immagini di avere un testo descrittivo che va sempre mostrato nell'angolo sinistro della vista. Allora si deve agganciare il testo nel modo **sposta** e lo si muove trascinando il mouse. Se ci si avvicina ai bordi della finestra il testo viene attratto verso posizioni di ancoraggio predefinite; quando il testo è ancorato viene tenuto bloccato nella relativa posizione della finestra.

È anche possibile ancorare un testo ad un punto. Si trascina il testo vicino al punto finché questo è selezionato: il testo viene allora associato al punto.

**Denotare un testo** - Spesso è necessario avere dei parametri che cambiano all'interno di un testo.

Si pensi al seguente testo che dice: *La distanza tra A e B è 25 cm.* Con un testo simile si intende di solito esprimere la distanza corrente tra i punti A e B e non la stringa fissa 25. Si può fare questo denotando il valore di un oggetto geometrico.

Se **A** è l'elemento geometrico allora **@#A** denota il suo valore.

Inoltre, di solito si vuole sottolineare il fatto che A e B, all'interno del testo, sono nomi. Questo garantisce che successive modifiche dei nomi degli elementi verranno riportate nell'oggetto testo e il testo verrà scritto in modo coerente. Si può usare **@\$A** per riferirsi ad un nome.

Se **dist** è il nome dell'oggetto distanza, allora l'effetto precedente viene ottenuto scrivendo

La distanza tra @\$A e @\$B è di @#dist cm.

Nel caso di punti, rette e coniche, l'operatore **@#** si riferisce alle coordinate. Così, si può scrivere:

Le coordinate di @\$A sono @#A.

Complessivamente ci sono tre possibilità per fare riferimento ai dati di un elemento geometrico. Se **elemento** è il nome dell'elemento si accede:

- al **nome** dell'elemento con **#\$elemento**,
- all' **algoritmo** di definizione dell'elemento con **@@elemento**
- al **valore o posizione** dell'elemento con **@#elemento**.

Si possono includere caratteri greci usando @ e il nome del carattere, come ad esempio @alpha.

Un luogo è la traccia di un punto legato al movimento di un altro punto. Un luogo è definito da tre oggetti:

- il **motore**, un elemento libero il cui movimento guida la generazione del luogo;
- il **vincolo**, un elemento che contiene il motore: il motore si muoverà lungo il vincolo;
- il **tracciante**, l'elemento la cui traccia viene calcolata e mostrata come luogo geometrico.

Si può leggere la linea dei messaggi per controllare quale elemento viene richiesto ad una certa fase della costruzione. Al momento sono previste le seguenti combinazioni di motore e vincolo:

- motore = punto, vincolo = retta: il punto viene mosso lungo la retta;
- motore = punto, vincolo = circonferenza: il punto si muove sulla circonferenza;
- motore = retta, vincolo = punto: la retta ruota attorno al punto.

In un'animazione non è necessario muovere i punti; lo fa direttamente *Cinderella*. Un'animazione è definita da un motore e da un vincolo, similmente alla definizione di un luogo.

- Il **motore** è un elemento libero il cui movimento guida l'animazione.
- Il **vincolo** è un elemento che contiene il motore. Durante l'animazione, il motore si muoverà lungo il vincolo.

Si può sia selezionare il motore e il vincolo in quest'ordine, oppure cliccare sul luogo selezionando così il motore e il vincolo del luogo. Se il motore selezionato è un **Punto su una retta**, oppure un **Punto su una circonferenza**, o una **Retta passante per un punto** allora *Cinderella* riconosce automaticamente che c'è un vincolo determinato e lo seleziona.

Al momento sono previste le seguenti combinazioni di motore e vincolo:

- **motore = punto, vincolo = retta**: il punto viene mosso lungo la retta;
- **motore = punto, vincolo = circonferenza**: il punto si muove sulla circonferenza;
- **motore = retta, vincolo = punto**: la retta ruota attorno al punto.

Quando viene avviata l'animazione, compare una finestra di **Controllo dell'animazione** che contiene cinque bottoni e un cursore. Con il cursore si può controllare la velocità dell'animazione.



avvia l'animazione;

sospende l'animazione (ripartirà dallo stesso punto);

termina l'animazione (e si riposiziona all'inizio);

esporta l'animazione in una pagina HTML;

esce dall'animazione.

Quando è in esecuzione un'animazione, tutte le altre funzioni di *Cinderella* sono bloccate. L'unico modo di abbandonare l'animazione è di premere il bottone **Esc**.

## disegna un segmento



Questo modo è del tutto analogo al modo **Disegna una retta**. Si possono disegnare due punti e il segmento che li unisce con una sequenza premi-trascina-rilascia. In più, i segmenti possono anche essere forniti di frecce in uno o in entrambi gli estremi. Contrariamente alle rette, i segmenti **non sono attivi** come elementi geometrici. Ciò significa che non si possono usare per altre costruzioni geometriche (come individuare intersezioni). I segmenti sono semplici elementi grafici.

Una ragione per usare questo modo è la seguente: a volte in una costruzione si vuole mostrare più di un segmento giacente sulla stessa retta. Poiché *Cinderella* non consente di disegnare gli elementi più di una volta, non c'è nessuna possibilità di avere due rette identiche. Per superare questo problema c'è la possibilità di usare i segmenti. Per evitare incoerenze matematiche, i segmenti vengono trattati come elementi grafici senza altre funzionalità geometriche.

Per disegnare una **freccia** occorre disegnare un segmento, e aprire la finestra **Modifica frecce** scegliendo la voce **Proprietà/Tipo di freccia** nel menù.

Attualmente le frecce sono consentite solo nelle viste euclidee. I segmenti e le frecce sono elementi puramente grafici e non possono essere usati per ulteriori costruzioni.

## BARRA DEGLI STRUMENTI AREA GRAFICA

### sposta il foglio



Questo modo permette di traslare l'intero sistema di coordinate. Dopo aver selezionato questo modo, si può spostare la vista muovendo il mouse con il tasto sinistro premuto.

### zoom avanti



Con questo modo si può ingrandire il disegno. Ci sono due modi per farlo:

- si può selezionare una regione con una sequenza premi-trascina-rilascia. La vista sarà adattata esattamente a questa regione;
- si può cliccare con il tasto sinistro del mouse in ogni posizione della vista: verrà prodotto uno zoom attorno alla posizione. Il fattore di ingrandimento è 1.4. Si può anche cliccare con il tasto destro (o cliccare con il tasto sinistro tenendo premuto lo shift) per fare l'operazione inversa di questo zoom.

### zoom indietro



Con questo modo si può rimpicciolire il disegno. L'operazione è inversa all'operazione di ingrandimento. Ci sono due possibilità di usare questo modo:

- si può marcare una regione nella vista con una sequenza premi-trascina-rilascia. Verrà fatto uno zoom della vista in modo che la parte ora visibile venga riportata a questa regione;
- si può cliccare il tasto sinistro del mouse in ogni posizione della vista. La vista sarà rimpicciolita attorno a questa posizione di un fattore di scala di 0.7. Si può anche cliccare con il tasto destro (oppure con il tasto sinistro mentre si tiene premuto lo shift) per fare l'operazione inversa.

### zoom per vedere tutti i punti



Premendo questo bottone lo zoom viene impostato in modo da vedere tutti i punti della costruzione.

griglia meno fitta 

Produce una griglia meno fitta.

griglia più fitta 

Produce una griglia più fitta.

disegna gli assi delle coordinate 

Mostra/nasconde un sistema di coordinate nella vista.

disegna una griglia rettangolare 

Mostra/nasconde la griglia nella vista.

magnetizza i punti della griglia 

Alterna il modo **Attrazione**. In questo modo i punti della griglia è come se fossero magnetici e tendono ad attrarre il mouse. È lo strumento ideale per fare dei disegni precisi. Se si sceglie per prima cosa questo modo, vengono mostrati automaticamente la griglia e gli assi che, eventualmente, si possono poi nascondere separatamente.